

FILTRI

Un **filtro** è un circuito in grado di modificare lo spettro di un segnale, variando il rapporto tra le ampiezze o tra le fasi delle diverse componenti armoniche in esso presenti. Un filtro è quindi un dispositivo la cui risposta varia al variare della frequenza del segnale d'ingresso. Se utilizza componenti lineari, il filtro è un circuito lineare. Esso interviene modificando l'ampiezza e la fase delle componenti armoniche del segnale. La componente priva di contenuto informativo, può essere considerata un rumore. Le componenti armoniche di un segnale prende il nome di **spettro del segnale**. La rappresentazione della risposta in frequenza è realizzata attraverso due grafici, i **diagrammi di Bode**, l'uno per il modulo (o ampiezza) e l'altro per la fase. Se la fase introdotta dal filtro determina tempi di ritardo, in tal caso introduce **distorsione** nel segnale. In funzione dell'andamento della risposta in ampiezza con la frequenza, i filtri possono essere:

- **Passa basso (LP)**
- **Passa alto (HP)**
- **Passa banda (BP)**
- **Elimina banda (notch)**
- **Passa tutto (all-pass)**

I filtri passa tutto intervengono modificando il tempo di ritardo delle diverse componenti armoniche e per tale motivo sono anche detti **equalizzatori di ritardo**.

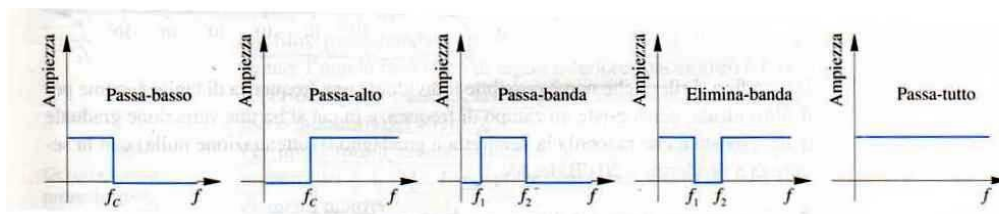


fig.1

Il filtro passa basso, elimina tutte le componenti armoniche di un segnale con frequenza superiore alla frequenza di taglio del filtro f_c . Il filtro passa alto, elimina tutte le componenti con frequenza minore della frequenza di taglio del filtro f_c . Il filtro passa banda, elimina le componenti esterne alla banda compresa tra le due frequenze f_1 e f_2 . Il filtro elimina banda, elimina le componenti interne alla banda compresa tra le due frequenze f_1 e f_2 . Il filtro passa tutto, non modifica l'ampiezza di alcuna delle componenti armoniche del segnale, ma modifica il rapporto di fase tra di esse. Le risposte dei circuiti RC e CR studiati in regime sinusoidale sono selettive: la rete RC ha risposta di tipo passa basso, mentre la rete CR ha risposta di tipo passa alto.

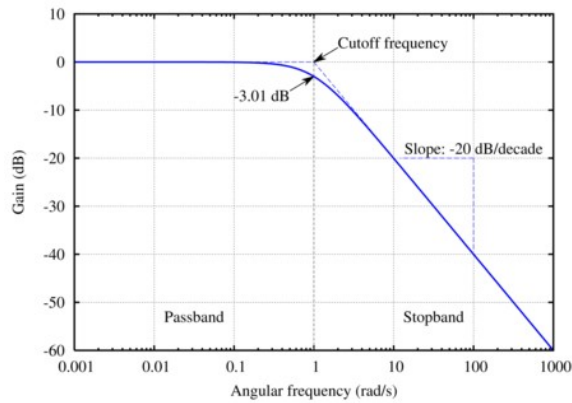


fig.2

Per convenzione si indica come **frequenza di taglio** il valore di frequenza per cui l'attenuazione è pari a 0.707 o, in decibel, a -3.01dB dal valore massimo. I **filtri a una sola costante di tempo o a un solo polo**, presentano, un raccordo molto graduale e una pendenza modesta, -20dB/decade, nella banda di frequenza in cui si realizza il taglio. Nelle applicazioni in cui le frequenze da rimuovere sono lontane dalla banda utile del segnale le caratteristiche di un filtro a un solo polo sono adeguate, mentre nel caso di segnali in continua un filtro passa basso RC a un solo polo può essere sufficiente per rimuovere le componenti armoniche dovute al rumore. Un filtro passa banda o un filtro elimina banda devono avere almeno 2 poli per realizzare, l'uno la frequenza di taglio inferiore e l'altro la frequenza di taglio superiore. Ciascun polo è associato a un componente reattivo del circuito. Per migliorare le caratteristiche di selettività di un filtro occorre dunque aumentare il numero dei poli della risposta.

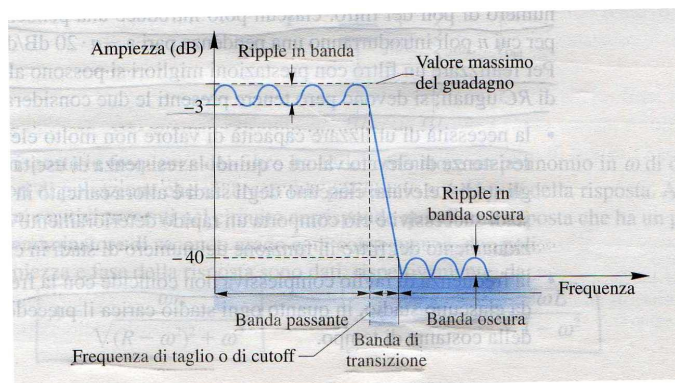


fig.3

Dalla figura 3 possiamo individuare i parametri che permettono di determinare la prestazione di un filtro:

- La **banda passante** è il campo di frequenze che subiscono un'attenuazione massima pari a un valore fissato;
- La frequenza o le **frequenze di taglio** sono i valori di frequenza per i quali si realizza un'attenuazione pari al valore limite fissato e che costituiscono il valore estremo della banda passante;
- La **banda oscura** è il campo di frequenza per le quali l'attenuazione è maggiore di un valore fissato;
- La **banda di transizione** è il campo di frequenza compresa tra banda passante e banda oscura;
- Il **ripple in banda** è l'oscillazione massima del guadagno all'interno della banda passante e il **ripple in banda oscura** è l'oscillazione massima del guadagno all'interno della banda oscura.

La pendenza della risposta in frequenza nella banda di transizione dipende dal numero di poli del filtro, più saranno i poli e più la banda di transizione è piccola. Per realizzare un filtro con prestazioni migliori si possono porre in cascata n stadi RC uguali. Però si dovrà tenere presente la necessità di utilizzare capacità di valore non molto elevato e la frequenza di taglio complessiva non coincida con quelle introdotte da ogni stadio. Un modo per ottenere un raccordo più brusco è quello di utilizzare **filtri risonanti**, che sfruttano il fenomeno della risonanza.

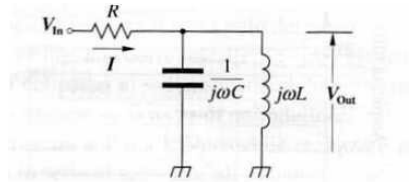


fig.4

$$A = \frac{j\omega L}{-\omega^2 RLC + \omega L + R} \rightarrow A = \frac{\omega L}{\sqrt{(R - \omega^2)^2 + \omega^2}} \rightarrow \angle A = 90^\circ - \arctg \frac{\omega L}{1 - \omega^2}$$

Nelle due bande di transizione la risposta cade di 20dB/*decade* in quanto, anche se sono presenti due poli, uno è responsabile delle frequenze di taglio ad alte frequenze e l'altro per le basse frequenze.

$$B = f_2 - f_1 = \frac{f_{CB}}{Q} \rightarrow f_{CB} \sqrt{f_1 f_2}$$

All'aumentare di Q la banda diminuisce. L'effetto di rendere più brusco il raccordo tra banda passante e banda di transizione di un filtro è dovuto alla presenza nello stesso circuito di induttori e condensatori.

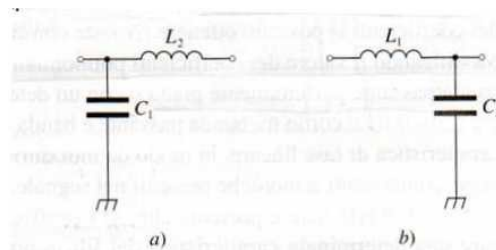


fig.5

Per realizzare un filtro a tre poli occorre aggiungere nel primo caso un secondo condensatore verso massa a valle dell'induttore, nel secondo caso un' induttore a valle del condensatore in serie al segnale. Avremo quindi un filtro con una struttura a π e a T.

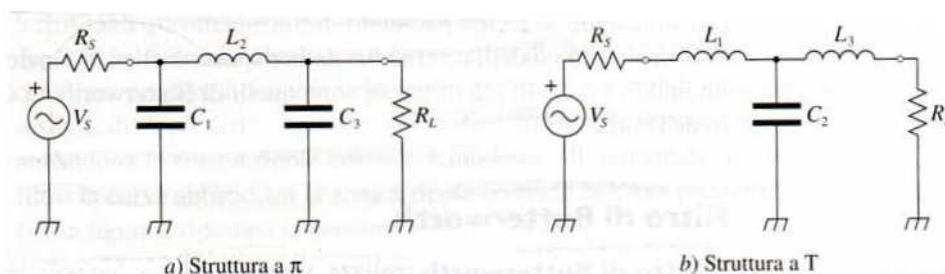


fig.6

Negli schemi ciascuno degli elementi reattivi ha un proprio indice numerico che individua il numero del polo da esso realizzato. Nel dimensionamento del filtro si deve tenere presente che, per un corretto accoppiamento con il generatore di segnale e con il carico, la resistenza d'ingresso dovrà avere lo stesso valore della resistenza di sorgente e che la resistenza di uscita del filtro dovrà avere lo stesso valore della resistenza di carico. Le caratteristiche di funzionamento del filtro dipendono allora sia dal numero dei poli,

sia dai coefficienti polinomiali e modificando quest'ultimi è possibile realizzare una risposta in banda passante perfettamente piatta. Il **filtro di Butterworth**, realizza la risposta più piatta in banda passante; esso però introduce distorsione del segnale. La relazione che consente di determinare l'ampiezza della risposta in un filtro di Butterworth è:

$$A_{BUTT} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

Il **filtro di Chebyshev** ha un determinato valore di ripple in banda ed è il filtro che ha il raccordo più brusco tra banda passante e banda di transizione. La relazione che consente di determinare l'ampiezza della risposta in un filtro Chebyshev è:

$$A_{CHEB} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2\left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}}$$

Il **filtro di Bessel** (o **Thomson**) è il filtro che, in banda passante, ha il migliore andamento della fase con la frequenza. Però questo è il filtro che ha le peggiori prestazioni per quanto riguarda la pendenza del raccordo tra banda passante e banda di transizione. Il filtro che ha la prestazione migliore è quello realizzato secondo il modello di Chebyshev, mentre quello realizzato secondo il modello Bessel ha prestazioni davvero modeste e molto vicine a quella del filtro RC; il filtro di Butterworth ha prestazioni intermedie. Il filtro che è in grado di riprodurre meglio in uscita il segnale d'ingresso è quello realizzato secondo il modello di Bessel, mentre le prestazioni peggiori sono quelle del filtro di Chebyshev; anche in questo caso il filtro di Butterworth ha prestazioni intermedie. I filtri fin ora esaminati sono **filtri passivi**, cioè utilizzano esclusivamente componenti passivi. Tramite la procedura di dimensionamento dei filtri Butterworth, possiamo realizzare i filtri passa banda ed elimina banda:

- Per ottenere il filtro passa banda è sufficiente porre in cascata due sezioni, l'una passa alto, con frequenza di taglio pari alla frequenza di taglio inferiore del filtro passa banda da dimensionare e l'altra passa basso, con frequenza di taglio pari alla sua frequenza di taglio superiore;
- Per ottenere il filtro elimina banda si realizzano ancora due sezioni, ma la sezione passa basso deve avere frequenza di taglio pari alla frequenza di taglio inferiore della banda da eliminare e quella passa alto deve presentare frequenza di taglio pari alla frequenza superiore.

La procedura di realizzazione di un filtro prevede un **prototipo normalizzato**, cioè un filtro con pulsazione di taglio pari a 1rad/sec e resistenza d'ingresso e di uscita pari a 1Ω. I passi della procedura per il dimensionamento di un filtro passa basso sono i seguenti:

1. Si determina il numero dei poli del filtro
2. Si sceglie la configurazione circuitale e si ricavano i valori da un'apposita tabella
3. Si determinano i valori dei fattori di scala in funzione del valore della frequenza di taglio e delle resistenze che devono essere realizzate

In un modello Butterworth invece avremo:

1. La relazione che consente di calcolare l'ampiezza della risposta in frequenza:

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^{2n}}} \rightarrow 2n = \frac{\log\left(\frac{1}{A_{stop}^2 - 1}\right)}{\log\left(\frac{f_{stop}}{f_c}\right)} \rightarrow A_{stop} = 10^{\frac{G_{stop}}{20}}$$

2. Scegliere la configurazione a T o a π . La scelta della configurazione dipende dai valori della resistenza di sorgente R_S e della resistenza di carico R_L :
 - Se $R_S \ll R_L$ si sceglie la configurazione a T;
 - Se $R_S \gg R_L$ si sceglie la configurazione a π .
3. Per determinare i valori effettivi dei componenti si utilizzano per il passa basso:

$$C_n = \frac{C_{nPN}}{\omega_c R_L} \rightarrow L_n = R_L \frac{L_{nPN}}{\omega_c}$$

Mentre per il passa alto oltre a invertire nella configurazione i condensatori con le induttanze e viceversa, avremo:

$$L_n = \frac{R_L}{\omega_c L_{nPN}} \rightarrow C_n = \frac{1}{C_{nPN} \omega_c R_L}$$

I filtri passivi non richiedono tensioni di alimentazione e non sono condizionati dalle limitazioni in frequenza imposte dall'AOI, sono decisamente meno rumorosi rispetto ai filtri attivi in quanto il rumore da essi generato è solo quello termico. Poiché la frequenza di taglio dipende dal valore effettivo dei componenti, essa risulta molto sensibile alla variazione di tali valori. Inoltre i valori standard degli induttori in commercio non sono molto vicini tra loro ed è difficile trovare due induttori il cui valore nominale differisce di meno del 10%. La procedura che consente di ottenere il valore atteso della frequenza di centro banda, variando il valore dell'induttanza, è detta **accordo**. I filtri che utilizzano come componenti amplificatori operazionali, cioè elementi attivi, sono detti **filtri attivi**. Essi consentono di ottenere un guadagno maggiore di 0, non utilizzano componenti che possono presentare dei problemi. Inoltre, hanno la necessità di alimentazione e presentano limiti in frequenza e hanno maggiore rumore. La scelta della capacità è molto importante per le prestazioni del filtro. Il suo valore varia al variare della tensione ai capi del dispositivo e questa non linearità è causa di distorsione. Il **filtro di Sallen-Key** è un circuito in grado di realizzare filtri attivi sfruttando la tecnica della retroazione:

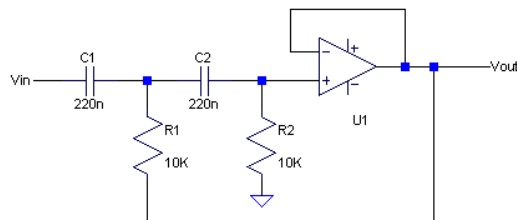


fig.7

La retroazione positiva presente nel circuito, per effetto bootstrap, determina l'aumento del valore della resistenza del primo dei due moduli RC che compongono il filtro. L'effetto bootstrap interviene allora nel circuito in esame solo quando la tensione di uscita dell'AOI ha valore prossimo a quello presente in ingresso, quindi per valori di frequenza vicini alla frequenza di taglio del filtro. In questo campo di

frequenza il valore della resistenza aumenta e diminuisce l'attenuazione introdotta dal primo stadio del filtro RC. La presenza del buffer in uscita rende semplice la realizzazione di filtri con pendenza maggiore. Il **filtro VCVS** è una variante del filtro Sallen-Key in cui il buffer è sostituito da un amplificatore invertente con amplificazione diversa da 1:

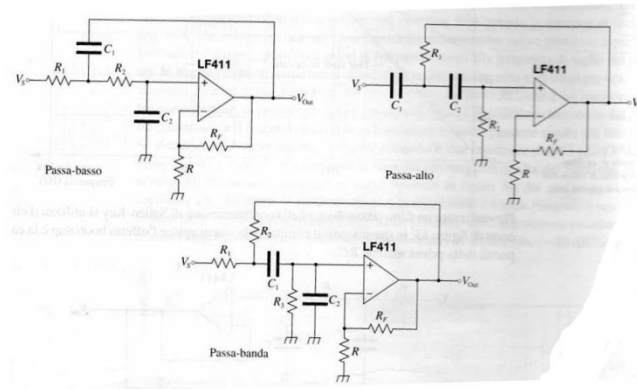


fig.8

Il vantaggio maggiore nella realizzazione di un filtro VCVS è l'uso di un numero ridotto di componenti. Esso ha però un limite: la notevole sensibilità che le caratteristiche del filtro presentano rispetto alla variazione dei valori dei componenti del circuito. La procedura di dimensionamento di un filtro VCVS secondo il modello di butterworth è:

1. Fissato il numero n dei poli, si pongono $\frac{n}{2}$ stadi elementari in cascata
2. Fissato il valore della frequenza di taglio si determina il valore della resistenza R' e della capacità C' utilizzando la relazione:

$$f_c = \frac{1}{2\pi R' C'}$$

3. In funzione del numero di poli si determina il valore dell'amplificazione k di ciascuna delle stadi e si determina il valore dell'altra resistenza.

Nel caso si voglia realizzare un filtro Chebyshev o di Bessel la procedura è identica alla precedente, ma si deve utilizzare un fattore di scala f_n per la frequenza di taglio che si desidera ottenere. Per il filtro passa basso sarà:

$$C' = \frac{1}{2\pi R' f_n f_c}$$

Per il filtro passa alto sarà:

$$C' = \frac{1}{2\pi R' \left(\frac{1}{f_n}\right) f_c}$$

Un vantaggio della topologia della topologia VCVS è costituito dal fatto che il guadagno realizzato dal filtro si può ottenere con precisione. Tuttavia il filtro è molto sensibile alla variazione del valore dei componenti e può determinare bassi valori del fattore di merito Q . Il **filtro a stati variabili** o **filtro universale**, a seconda dell'uscita che è utilizzata, esso si comporta come un filtro passa basso, passa alto o passa banda:

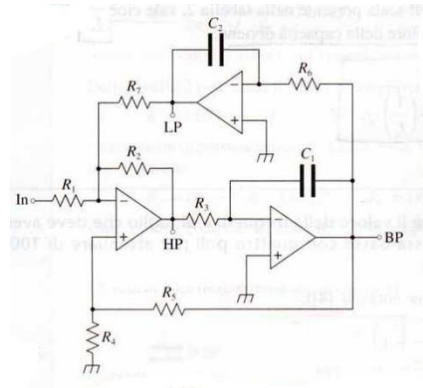


fig.9

Il circuito è decisamente più complesso, ma risulta molto più stabile, cioè presenta una minore sensibilità dei parametri al variare dei valori dei componenti, e può realizzare elevati valori del fattore di merito Q e quindi un miglioramento della selettività. Un'ulteriore variante del filtro universale o a stati variabili è il **filtro Biquad**:

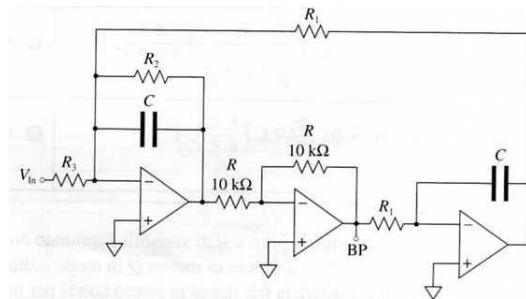


fig.10

La caratteristica del filtro è la possibilità di accordare la frequenza di taglio senza variare la banda passante; al variare della frequenza di taglio varia in maniera proporzionale il valore di Q, per cui la banda passante rimane costante:

$$f_{CB} = \frac{1}{2\pi R_1 C} \rightarrow BW = \frac{1}{2\pi R_2 C} \rightarrow A_{CB} = \frac{R_2}{R_3}$$

Si può allora fissare il valore desiderato della banda passante per mezzo di R_2 e utilizzare una resistenza variabile a due sezioni per accordare la frequenza di centro banda, variando le due resistenze R_1 ; al variare della frequenza f_{CB} , la banda passante rimane costante.