

LE MODULAZIONI

B.Bortelli

Indice

1	Le modulazioni analogiche	2
1.1	La modulazione	2
1.2	La modulazione d'ampiezza	2
1.2.1	La codifica <i>ASK</i>	5
1.3	La modulazione di frequenza	5
1.3.1	La codifica <i>FSK</i>	6
1.4	La modulazione d fase	7
1.4.1	La codifica <i>PSK</i>	8
1.5	Espressioni matematiche dei segnali	9
1.5.1	Espressione del segnale modulante	9
1.5.2	Espressione del segnale di portante	9
1.5.3	Espressione del segnale modulato in ampiezza	10
1.5.4	Deviazione di ampiezza e dell'indice di modulazione	10
1.5.5	Dimostrazione dello spettro	11
1.5.6	Espresssione del segnale modulato in fase	12
1.5.7	Espresssione del segnale modulato in frequenza	13
1.5.8	Modulazione <i>PM</i> : deviazione di fase e di frequenza indotta .	14
1.5.9	Modulazione <i>FM</i> : deviazione di frequenza e di fase indotta .	15
2	Le codifiche numeriche	17
2.1	Il segnale dei dati	18
2.2	La velocità di trasmissione	19
2.3	Lo spettro del segnale numerico	20
2.4	Il codice Manchester	21
2.5	La codifica della fast Ethernet	24
2.6	Il teorema di Shannon sulla capacità di informazione	24
2.7	Esempio	25
3	Esercizi	26

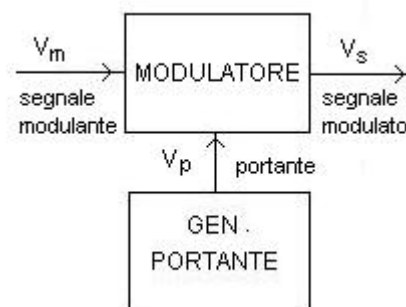
1 Le modulazioni analogiche

1.1 La modulazione

Abbiamo detto che la *modulazione* è una tecnica utilizzata nella trasmissione dei segnali, per traslare la gamma di frequenze del segnale da trasmettere, solitamente molto bassa, in modo da farla rientrare nella banda del canale di comunicazione. Abbiamo anche detto che si chiama *modulatore* il dispositivo che esegue la modulazione.

Al *modulatore*, sono applicati: il segnale da trasmettere, detto anche *segnale modulante*, di bassa frequenza, ed il *segnale portante*, di alta frequenza, generato localmente dal blocco generatore di portante.

Il modulatore, in base all'andamento del segnale modulante, modifica uno dei parametri della portante e produce il *segnale modulato*, il quale contiene al proprio interno le informazioni del segnale modulante.



Definizione 1. *Modulare significa modificare istante per istante uno dei parametri della portante, secondo l'andamento temporale del segnale modulante.*

La forma della portante dipende dal tipo di trasmissione utilizzato: analogica o numerica.

Nelle trasmissioni analogiche, la portante è un segnale alternato sinusoidale di alta frequenza. Nel seguito, assumeremo, per una consuetudine delle telecomunicazioni, che il suo andamento sia di tipo coseno, anziché di tipo seno.

Essendo i parametri della portante, sui quali può essere effettuata la modulazione, l'ampiezza, la frequenza, o la fase, abbiamo fondamentalmente tre tipi di modulazione: di *ampiezza*, di *frequenza* e di *fase*.

Le trasmissioni radio in modulazione d'ampiezza, *AM*, ed in modulazione di frequenza, *FM*, ne sono un esempio.

1.2 La modulazione d'ampiezza

Nella modulazione d'ampiezza viene modificata l'ampiezza della portante con la stessa legge del segnale modulante.

La visione grafica e spettrale è riportata in figura 1.

Il *segnale modulante* è un segnale di bassa frequenza, il quale occupa la banda di frequenze che va dal valore minimo f_{min} al valore massimo f_{max} . Nel caso di un

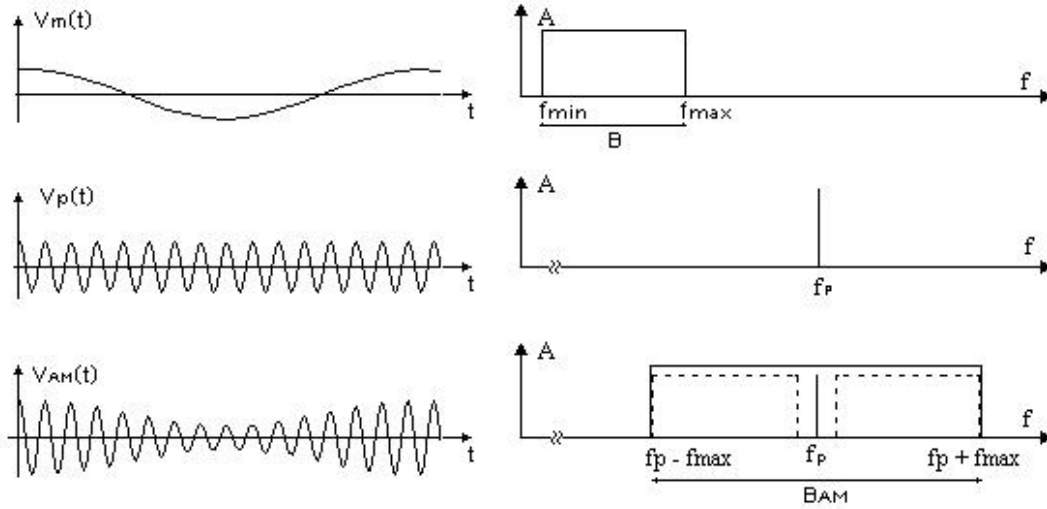


Figura 1: Visione grafica e spettrale della modulazione di ampiezza

segnale vocale, cioè del segnale corrispondente al parlato, la gamma di frequenze va da 300 a 3400 Hz . Lo spettro del segnale può avere una forma qualsiasi, dato che non si conosce a priori il contenuto del segnale. Per questo motivo esso viene rappresentato convenzionalmente, senza alcun riferimento al contenuto armonico effettivo, se non per il valore minimo ed il valore massimo della frequenza.

La *portante* è un segnale alternato cosinusoidale con parametri fissi di ampiezza, frequenza e fase, quindi ha uno spettro caratterizzato da un'unica riga in corrispondenza di f_p .

La linea che congiunge i punti di massima ampiezza del segnale, viene chiamata *linea di inviluppo* del segnale. Per la portante, che ha ampiezza costante, questa linea è una retta parallela all'asse del tempo.

Nel *segnale modulato in ampiezza* la frequenza e la fase restano fisse, pari a quelle della portante, mentre l'ampiezza varia nel tempo. Nel grafico si vede, infatti, che la linea di inviluppo del segnale modulato ha forma corrispondente alla forma del segnale modulante.

Le informazioni relative al segnale modulante sono contenute proprio nel profilo della linea di inviluppo.

Si osserva, in particolare, che l'ampiezza del segnale modulato si discosta dall'ampiezza della portante di una quantità *positiva*, quando il segnale modulante è *positivo*, e *negativa* quando invece il segnale modulante è *negativo*. Lo scostamento in ampiezza viene espresso attraverso un parametro denominato *deviazione di ampiezza*.

Definizione 2. Si definisce deviazione di ampiezza, ΔA , lo scostamento massimo,

in più od in meno, dell'ampiezza del segnale modulato dall'ampiezza del segnale di portante.

Mentre in linea teorica lo scostamento *in più* può essere di qualunque entità, è pacifico, invece, che lo scostamento *in meno*, non può essere maggiore del valore di ampiezza della portante, altrimenti si determina una condizione di *sovramodulazione*. La deviazione di ampiezza viene di solito espressa in unità relative, introducendo un indice, chiamato *indice di modulazione*.

Definizione 3. Si definisce indice di modulazione di ampiezza, m , la deviazione di ampiezza del segnale modulato, ΔA , rapportata all'ampiezza della portante, A_p :

$$m = \frac{\Delta A}{A_p}$$

A seconda del valore assunto da m , si ha:

- $m = 0$: assenza di modulazione
- $0 < m < 1$: modulazione parziale, con una profondità compresa tra lo 0% ed il 100%. La deviazione di ampiezza è minore dell'ampiezza della portante.
- $m = 1$: modulazione totale, con profondità del 100%. La deviazione di ampiezza è uguale all'ampiezza della portante.
- $m > 1$: sovramodulazione.

Poiché il segnale modulato non è più perfettamente alternato il suo spettro non corrisponde ad un'unica riga, ma ad un pacchetto di righe, parte sopra, parte sotto il valore di frequenza della portante. La parte dello spettro che sta sopra è chiamata *laterale superiore*, mentre la parte che sta sotto è chiamata *laterale inferiore*.

Si dimostra che ad ogni riga del segnale modulante corrispondono due righe nello spettro del segnale modulato, una sopra e l'altra sotto il valore della portante, così che la laterale superiore (e in senso speculare anche la laterale inferiore), ha la identica densità spettrale del segnale modulante. È così risolto il problema della traslazione della frequenza.

La occupazione di banda complessiva del segnale modulato è funzione del valore di frequenza massima del segnale modulante, avendo:

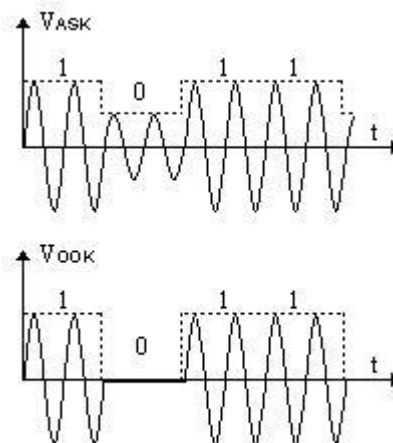
$$B_{AM} = 2 \cdot f_{max}$$

1.2.1 La codifica ASK

La modulazione di ampiezza fatta con un segnale numerico, viene denominata *codifica ASK: Amplitude Shift Key* (*Chiave a Slittamento di Ampiezza*).

Per il tempo in cui in segnale numerico è a 0 *logico* viene trasmessa la portante con un valore di Ampiezza A_0 , mentre per il tempo in cui in segnale numerico è a 1 *logico* viene trasmessa la portante con un valore di ampiezza A_1 .

Rientra nella *ASK*, come caso particolare, la commutazione *ON – OFF*, denominata *codifica OOK (On Off Key)*, nella quale si pone: $A_0 = 0$ e $A_1 = A_p$: il codificatore lascia passare la portante (*ON*), quando il dato ha valore logico 1, mentre la blocca completamente (*OFF*), quando invece il dato ha valore logico 0.



1.3 La modulazione di frequenza

Nella modulazione di frequenza, la portante è un segnale sinusoidale di elevata frequenza.

La frequenza della portante viene fatta variare con la stessa legge del segnale modulante.

La visione grafica e spettrale è riportata in figura 2. Come già osservato, il *segnale modulante* è un segnale *analogico* di *bassa frequenza*, di forma qualsiasi, il quale occupa la banda di frequenze che va dal valore minimo f_{min} al valore massimo f_{max} . Lo spettro è rappresentato convenzionalmente, con riferimento alla banda di frequenze occupata dal segnale.

La portante resta un segnale alternato cosinusoidale con parametri fissi di ampiezza, frequenza e fase, quindi con uno spettro caratterizzato da un'unica riga in corrispondenza di f_p .

Nel segnale modulato in frequenza la ampiezza resta costante, mentre la frequenza varia nel tempo. Essa *aumenta*, rispetto al valore della portante, negli istanti in cui il segnale modulante è *positivo*, raggiungendo il valore massimo di scostamento in corrispondenza del valore di picco di V_m , mentre *diminuisce* quando invece il segnale modulante è *negativo*, raggiungendo il valore minimo di deviazione quando V_m è nel picco negativo.

Nel grafico si vede, infatti, che, quando il segnale modulante è positivo il segnale modulato presenta variazioni più rapide e compie più cicli, mentre, quando il se-

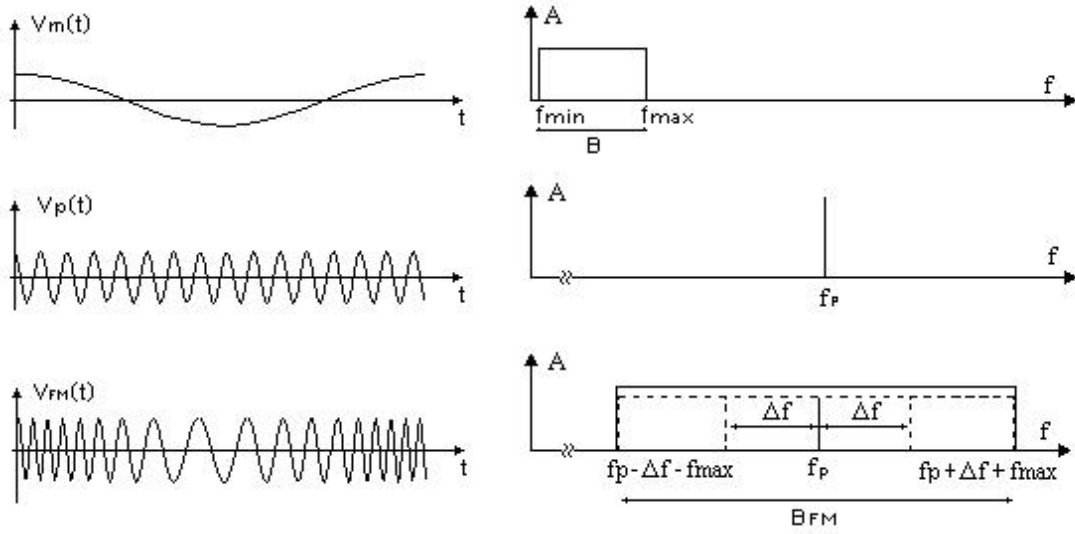


Figura 2: Visione grafica e spettrale della modulazione di frequenza

gnale modulante è negativo, esso presenta variazioni più lente e compie meno cicli. Lo scostamento in frequenza viene espresso attraverso un parametro denominato *deviazione di frequenza*.

Definizione 4. Si definisce deviazione di frequenza, Δf , del segnale modulato in frequenza la quantità corrispondente allo scostamento massimo, in più od in meno, della frequenza del segnale modulato dalla frequenza della portante.

Poiché il segnale modulato ha frequenza variabile, da $f_p - \Delta f$ a $f_p + \Delta f$, le informazioni relative al segnale modulante, inserendosi su tali valori, danno luogo, nello spettro, ad un contenuto armonico che si distribuisce in tutta la gamma di frequenze che vanno da $f_p - \Delta f - f_{mMAX}$ a $f_p + \Delta f + f_{mMAX}$.

Si ottiene lo spettro complessivo raffigurato schematicamente in figura, dal quale si desume la larghezza della banda occupata con la formula seguente, dovuta a Carson:

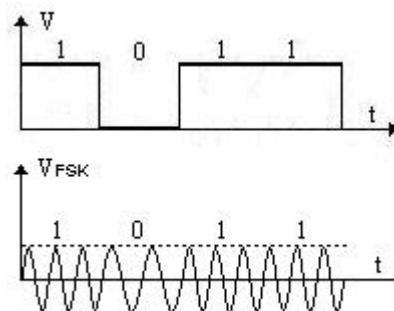
$$B_{FM} = 2 \cdot (\Delta f + f_{mMAX})$$

1.3.1 La codifica FSK

La modulazione di frequenza fatta con un segnale numerico, viene denominata *codifica FSK: Frequency Shift Key* (*Chiave a Slittamento di Frequenza*).

Per il tempo in cui il segnale numerico è a 0 *logico* viene trasmessa una portante con un valore di frequenza f_0 , mentre per il tempo in cui il segnale numerico è a 1 *logico* viene trasmessa una portante con un valore di frequenza f_1 .

I due valori di frequenza sono scelti in modo che diano un rapporto prestabilito.



Inoltre sono ottenuti a partire da un unico segnale a frequenza molto maggiore in modo che vi sia correlazione tra le loro fasi, prevenendo così la formazione di un salto di fase, in particolare, nel delicato momento della commutazione dall'una all'altra.

1.4 La modulazione di fase

Nella modulazione di fase, la portante è un segnale sinusoidale di elevata frequenza, la cui fase viene fatta variare in modo direttamente proporzionale al valore istantaneo del segnale modulante.

La vediamo graficamente, nel caso in cui anche la modulante sia sinusoidale, in figura 3. Il *segnale modulante* è, ancora una volta, un segnale *analogico* di *bassa*

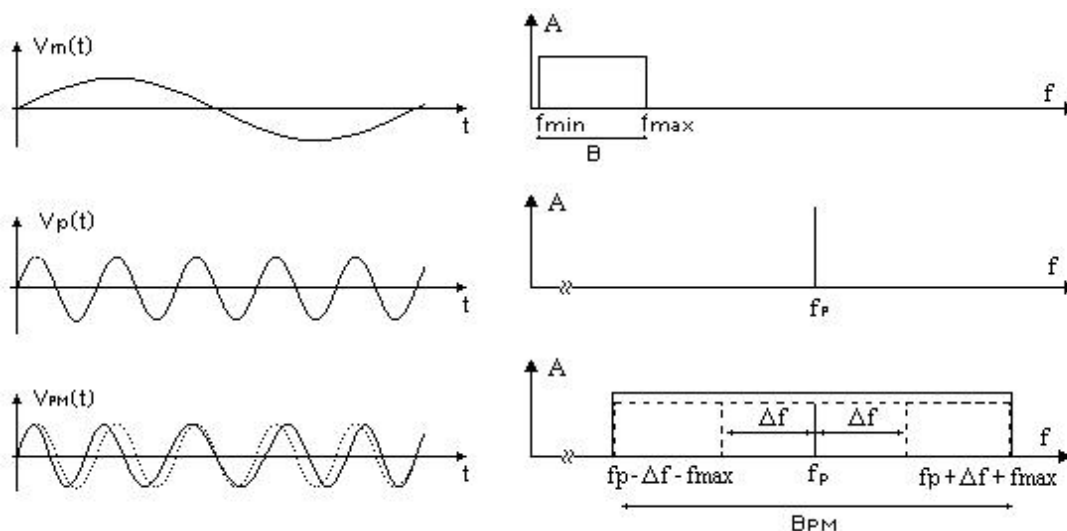


Figura 3: Visione grafica e spettrale della modulazione di fase

frequenza, con forma qualsiasi, il quale occupa la banda di frequenze che va dal

valore minimo f_{min} al valore massimo f_{max} , con lo spettro, convenzionalmente rappresentato, di figura.

La *portante* resta un segnale alternato sinusoidale con parametri costanti di ampiezza, frequenza e fase, quindi con uno spettro caratterizzato da un'unica riga posta in corrispondenza di f_p .

Il *segnale modulato in fase*, V_{PM} , ha ampiezza costante e fase che devia rispetto al valore della portante: quando il segnale modulante è *positivo* i picchi del segnale modulato sono in *anticipo* rispetto ai picchi della portante, raggiungendo il valore massimo di anticipo in corrispondenza del valore di picco di V_m , mentre, quando il segnale modulante è *negativo* essi sono in *ritardo* rispetto ai picchi della portante. Lo scostamento di fase viene espresso attraverso un parametro denominato *deviazione di fase*.

Definizione 5. Si definisce deviazione di fase, $\Delta\alpha$, del segnale modulato in fase la quantità corrispondente alla la massima deviazione di fase del segnale modulato dalla fase istantanea della portante.

Se si osserva il grafico, ci si accorge facilmente che il fatto che la fase devii rispetto al valore della portante, comporta che localmente cicli diversi del segnale hanno durate diverse, ovvero che anche la frequenza è obbligata a subire una variazione. Le modulazioni di frequenza e di fase, infatti, non sono affatto indipendenti, ma strettamente correlate, di modo che la modulazione di frequenza comporta anche una modulazione di fase e viceversa.

Pertanto, associato al parametro $\Delta\alpha$ c'è un parametro Δf e viceversa.

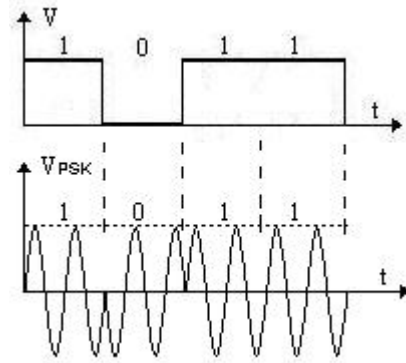
Quindi nel segnale modulato in fase anche la frequenza varia, da $f_p - \Delta f$ a $f_p + \Delta f$ e nel suo spettro c'è contenuto armonico in tutta la gamma di frequenze che va da $f_p - \Delta f - f_{mMAX}$ a $f_p + \Delta f + f_{mMAX}$. Si ottiene lo spettro complessivo raffigurato schematicamente in figura, dal quale si desume la larghezza della banda occupata con la formula seguente, dovuta a Carson:

$$B_{PM} = 2 \cdot (\Delta f + f_{mMAX})$$

1.4.1 La codifica PSK

La modulazione di fase fatta con un segnale numerico, viene denominata *codifica PSK: Phase Shift Key* (*Chiave a Slittamento di Fase*).

Per il tempo in cui il segnale numerico è a 0 *logico* viene trasmessa la portante con un valore di fase φ_0 , mentre per il tempo in cui il segnale numerico è a 1 *logico* viene trasmessa la portante con valore di fase φ_1 . Nell'esempio, si è posto: $\varphi_0 = 0$ e $\varphi_1 = 180^\circ$. Osservando la forma del segnale modulato, si vede che esso presenta una inversione di fase di 180° , rispetto alla portante, ogni volta che il segnale dati assume il valore logico 0.



1.5 Espressioni matematiche dei segnali

1.5.1 Espressione del segnale modulante

Il segnale modulante è un segnale di bassa frequenza, che può avere una forma qualsiasi. Matematicamente possiamo solo dire che è una funzione del tempo:

$$V_m = V_m(t)$$

Considerando che, in generale, è di tipo aperiodico, possiamo utilizzare la trasformata di Fourier come strumento matematico di analisi e scomporlo nelle sue componenti, delle quali possiamo invece dedurre l'espressione matematica. Infatti una generica componente, V_{m1} , è un segnale alternato di tipo coseno, di frequenza, f_m , e di ampiezza A_m ; la sua espressione matematica è allora:

$$V_{m1}(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)$$

1.5.2 Espressione del segnale di portante

Il segnale di portante, nelle modulazioni analogiche, è un segnale di alta frequenza, di tipo coseno, di frequenza, f_p , e di ampiezza A_p .

In rappresentazione vettoriale, figura 4a, il vettore rappresentativo del segnale descrive un *movimento circolare uniforme*, con *velocità angolare costante*, data dal rapporto tra l'angolo percorso al tempo t ed il tempo t stesso:

$$\omega = \frac{\alpha}{t}$$

Invertendo questa relazione si ricava l'espressione della *fase* del segnale al tempo t :

$$\alpha(t) = \omega \cdot t$$

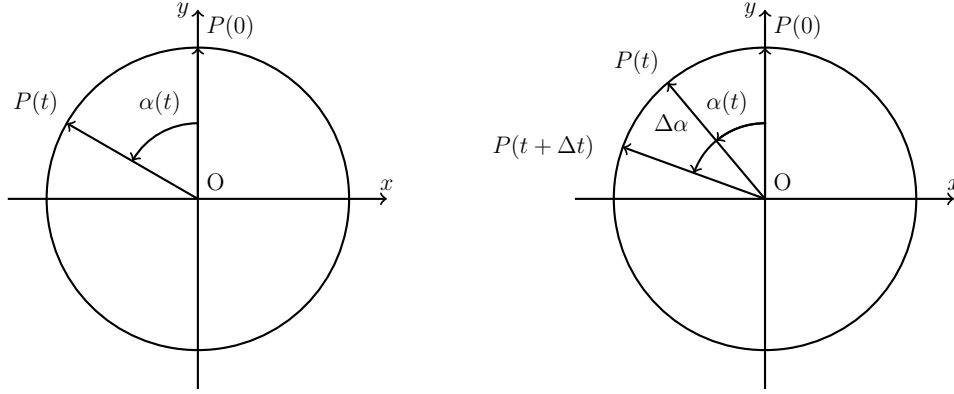


Figura 4: Rappresentazione vettoriale

Matematicamente, quindi, il segnale di portante è una funzione del tempo, la cui espressione matematica è:

$$V_p = V_p(t) = A_p \cdot \cos(w_p \cdot t)$$

1.5.3 Espressione del segnale modulato in ampiezza

Il segnale modulato in ampiezza, $V_{AM}(t)$, è ottenuto modificando l'ampiezza della portante con la legge del segnale modulante. L'ampiezza del segnale modulato, pertanto, è una funzione del segnale modulante, la quale si ottiene aggiungendo all'ampiezza della portante un termine proporzionale al segnale modulante:

$$A(t) = A_p + k_m \cdot V_m(t)$$

Nell'espressione il parametro, k_m , è una costante di proporzionalità. La espressione matematica del segnale modulato in ampiezza, pertanto, è la seguente:

$$V_{AM}(t) = A(t) \cdot \cos(w_p \cdot t) = [A_p + k_m \cdot V_m(t)] \cdot \cos(w_p \cdot t)$$

La frequenza e la fase sono quelle della portante. Esse continuano ad essere legate tra loro dalla medesima relazione: $\alpha(t) = \omega \cdot t$

1.5.4 Deviazione di ampiezza e dell'indice di modulazione

Per ricavare l'espressione dei parametri, si considera il solo effetto di una generica componente, $V_{m1} = A_m \cdot \cos(w_m \cdot t)$, del segnale modulante. L'espressione matematica del segnale modulato in ampiezza diventa:

$$V_{AM}(t) = [A_p + k_m \cdot A_m \cdot \cos(w_m \cdot t)] \cdot \cos(w_p \cdot t)$$

La *deviazione di ampiezza*, ΔA , è, in base alla definizione, lo scostamento massimo dell'ampiezza del segnale modulato dal segnale di portante.

Essendo $\cos(w_m \cdot t)$ compreso tra -1 e 1 , la massima variazione di ampiezza del segnale modulato è:

$$\Delta A = k_m \cdot A_m$$

L'*indice di modulazione*, m , è, allora:

$$m = \frac{\Delta A}{A_p} = \frac{k_m \cdot A_m}{A_p}$$

1.5.5 Dimostrazione dello spettro

Abbiamo detto che lo spettro del segnale modulato in ampiezza è costituito dalla riga della portante e dalle due laterali, all'interno di ciascuna delle quali si trova una riga per ogni riga del segnale modulante. Ci proponiamo di provare questo assunto per una generica componente del segnale modulante. A tale scopo riprendiamo l'espressione del segnale modulato in ampiezza con una componente cosinusoidale:

$$V_{AM}(t) = [A_p + k_m \cdot A_m \cdot \cos(w_m \cdot t)] \cdot \cos(w_p \cdot t)$$

e svolgiamo il prodotto. Otteniamo:

$$V_{AM}(t) = A_p \cdot \cos(w_p \cdot t) + k_m \cdot A_m \cdot \cos(w_m \cdot t) \cdot \cos(w_p \cdot t)$$

Il segnale modulato risulta intanto costituito da due termini, il primo dei quali è la portante stessa. Allora le due laterali devono essere contenute nel secondo termine.

Osserviamo anche che il secondo termine è costituito dal prodotto di due coseni; per tale motivo viene chiamato *prodotto di modulazione*.

Ricordando che, dalla trigonometria, risulta:

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

Posto: $\alpha = w_p \cdot t$ e $\beta = w_m \cdot t$ otteniamo:

$$V_{AM}(t) = A_p \cdot \cos(w_p \cdot t) + \frac{k_m \cdot A_m}{2} \cdot \cos[(w_p + w_m) \cdot t] + \frac{k_m \cdot A_m}{2} \cdot \cos[(w_p - w_m) \cdot t]$$

L'espressione di V_{AM} è così ricondotta a tre componenti armoniche:

- la portante stessa;
- una componente di laterale inferiore, a frequenza $(f_p - f_m)$;

- una componente di laterale superiore, a frequenza $(f_p + f_m)$.

cioè allo spettro di figura 5.

L' ampiezza delle laterali è

$$A_L = \frac{k_m \cdot A_m}{2}$$

quindi, corrispondente a metà della deviazione di ampiezza. Ricordando poi che:

$$\frac{k_m \cdot A_m}{A_p} = m$$

si ha anche:

$$A_L = \frac{m \cdot A_p}{2}$$

Alla massima modulazione, l'ampiezza delle righe laterali è metà di quella della portante.

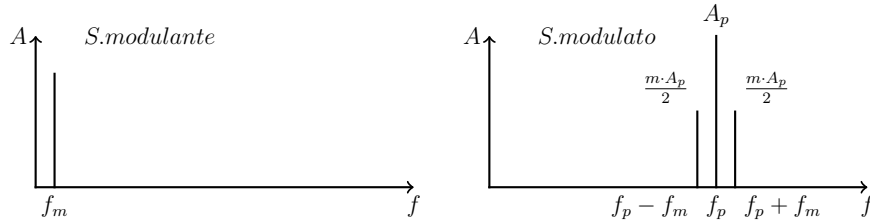


Figura 5: Spettro del segnale AM con modulante cosinusoidale

Nel caso generale V_{AM} comprende molte componenti armoniche. Ripetendo, per ogni componente spettrale, il procedimento fatto precedentemente, si conclude che ognuna di esse dà luogo ad una componente nella banda laterale inferiore, a frequenza $f_p - f_m$ e ad una componente nella banda laterale superiore, come si voleva provare.

1.5.6 Espressione del segnale modulato in fase

Il segnale modulato in fase, $V_{PM}(t)$, è ottenuto modificando la fase della portante con la legge del segnale modulante. La fase, ora, è una funzione del segnale modulante:

$$\alpha(t) = \alpha(portante) + k_\alpha \cdot V_m(t) = \omega_p \cdot t + k_\alpha \cdot V_m(t)$$

La espressione matematica del segnale modulato in fase, pertanto, è la seguente:

$$V_{PM}(t) = A_p \cdot \cos[\alpha(t)] = A_p \cdot \cos[\omega_p \cdot t + k_\alpha \cdot V_m(t)]$$

Facendo riferimento alla rappresentazione vettoriale di figura 4b, notiamo che, ora, l'ampiezza resta quella della portante, ma il movimento del vettore rappresentativo non è più uniforme, cioè non avviene più con velocità costante. Per trovare la velocità angolare al generico istante t , dobbiamo rapportare tra loro non più i valori di fase relativi a quell'istante, ma i *valori incrementali di fase*:

$$\omega(t) = \frac{\alpha(t + \Delta t) - \alpha(t)}{\Delta t}$$

Facendo il limite del rapporto incrementale, per $\Delta t \rightarrow 0$, si ottiene che la velocità angolare è data dalla derivata di α fatta rispetto al tempo:

$$\omega(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$$

Si ottiene:

$$\omega_{PM}(t) = \frac{d[\omega_p \cdot t + k_\alpha \cdot V_m(t)]}{dt} = \omega_p + k_\alpha \frac{d[V_m(t)]}{dt}$$

1.5.7 Espressione del segnale modulato in frequenza

Il segnale modulato in frequenza, $V_{FM}(t)$, è ottenuto modificando la frequenza dalla portante con la legge del segnale modulante. La velocità angolare, ora, è una funzione del segnale modulante:

$$\omega_{FM}(t) = \omega_p + k_f \cdot V_m(t)$$

Ci aspettiamo che la modulazione di frequenza induca anche una modulazione di fase, per cui la fase del segnale modulato sarà in generale una funzione del tempo.

Facendo riferimento alla rappresentazione vettoriale di figura 4b, osserviamo infatti che l'ampiezza del vettore è ancora quella della portante, mentre il movimento avviene con la velocità angolare variabile $\omega_{FM}(t)$. Comprendiamo quindi che la fase istantanea cambia nel tempo, essendo anche in questo caso:

$$\omega(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$$

Per ricavare la fase bisogna invertire la relazione. Si ottiene:

$$\alpha(t) = \int \omega(t) dt$$

Ovvero:

$$\alpha_{FM}(t) = \int \omega_{FM}(t) dt = \int [\omega_p + k_f \cdot V_m(t)] dt = \omega_p \cdot t + k_f \int V_m(t) dt$$

La espressione matematica del segnale modulato in frequenza, pertanto, è la seguente:

$$V_{FM}(t) = A_p \cdot \cos[\alpha_{FM}(t)] = A_p \cdot \cos[\omega_p \cdot t + k_f \int V_m(t) dt]$$

1.5.8 Modulazione PM: deviazione di fase e di frequenza indotta

Per la generica componente, V_{m1} , l'espressione del segnale modulato in fase diventa:

$$V_{PM}(t) = A_p \cdot \cos[w_p \cdot t + k_\alpha \cdot A_m \cdot \cos(w_m \cdot t)]$$

In base alla definizione, la *deviazione di fase*, $\Delta\alpha$, rappresenta lo scostamento massimo di fase del segnale modulato dal segnale di portante. Essendo $\cos(w_m \cdot t)$ compreso tra -1 e 1 , la massima variazione di fase del segnale modulato è:

$$\Delta\alpha = k_\alpha \cdot A_m$$

Abbiamo visto che la velocità angolare cambia nel tempo. Per V_{m1} si ha:

$$\omega_{PM}(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt} = \frac{d[\omega_p \cdot t + k_\alpha \cdot A_m \cdot \cos(w_m \cdot t)]}{dt}$$

Eseguendo la derivata, si ottiene (la derivata del coseno è meno il seno):

$$\omega_{PM}(t) = \omega_p - k_\alpha \cdot A_m \cdot \omega_m \cdot \sin(w_m \cdot t)$$

Abbiamo, quindi, verificato che la modulazione di fase induce anche una modulazione di frequenza.

Essendo $\sin(w_m \cdot t)$ compreso tra -1 e 1 , la massima deviazione della pulsazione indotta del segnale modulato è:

$$\Delta\omega = k_\alpha \cdot A_m \cdot \omega_m$$

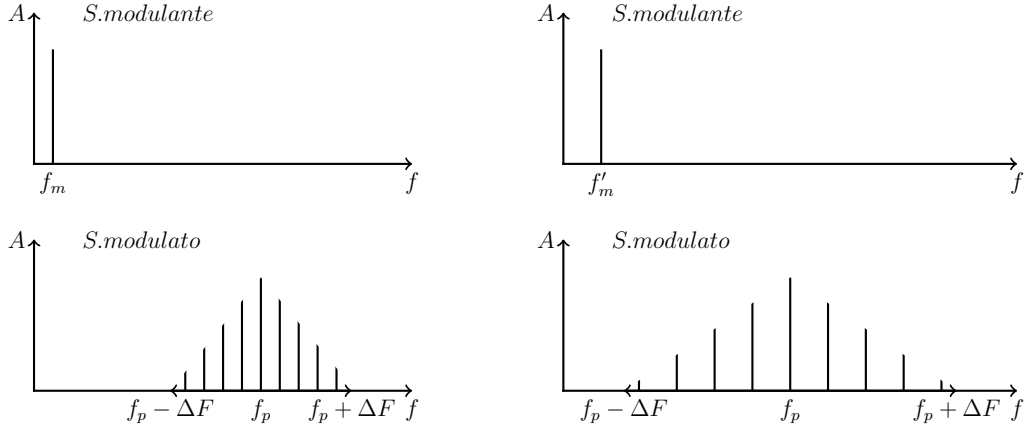
Ricordando che: $k_\alpha \cdot A_m = \Delta\alpha$ si ha:

$$\Delta\omega = \Delta\alpha \cdot \omega_m$$

Dividendo la velocità angolare per 2π , si ottiene la relazione tra la deviazione di frequenza indotta e la deviazione di fase:

$$\Delta F = \Delta\alpha \cdot f_m$$

Nella modulazione di fase la deviazione di fase è un parametro del modulatore, quindi fisso, mentre la deviazione di frequenza indotta non è affatto fissa, essendo legata anche alla frequenza della specifica componente di V_m . A parità di deviazione di fase, infatti, la deviazione di frequenza indotta è *direttamente proporzionale* ad f_m . Con riferimento alla figura 6, ed in base alla espressione di Carson, sappiamo che ciascuna riga è riprodotta nello spettro più volte, essendo significative, in ciascuna delle due laterali, le righe che cadono nella zona di larghezza pari a ΔF (con al più una riga al di fuori di tale zona).

Figura 6: Spettro del segnale *PM*

Notiamo che il numero delle righe che cadono nella porzione ΔF della banda è proprio $\frac{\Delta F}{f_m}$, corrispondente a $\Delta\alpha$, quantità che nella modulazione di fase è praticamente fissa.

Si deduce che nella modulazione di fase, ciascuna componente del segnale modulante, che sia di bassa o di alta frequenza, viene riprodotta lo stesso numero di volte, cioè con la medesima ridondanza informativa.

Infatti c'è lo stesso numero di righe spettrali nel primo grafico, dove f_m è bassa, e nel secondo, dove f'_m è più alta.

Per contro deve essere riservata a ciascuna componente una larghezza di banda differente, proporzionalmente tanto maggiore quanto più grande è la frequenza f_m della specifica componente.

La banda complessiva coincide allora con la massima larghezza di banda richiesta, cioè con la banda richiesta dalla componente di frequenza massima. Essa risulta in gran parte sottoutilizzata dalle componenti di bassa frequenza.

1.5.9 Modulazione *FM*: deviazione di frequenza e di fase indotta

Per la generica componente, V_{m1} , la velocità angolare cambia nel tempo nel seguente modo:

$$\omega_{FM}(t) = \omega_p + k_f \cdot A_m \cdot \cos(w_m \cdot t)$$

Dividendo per 2π si ottiene la corrispondente espressione della frequenza:

$$f_{FM}(t) = f_p + \frac{k_f \cdot A_m}{2\pi} \cdot \cos(w_m \cdot t)$$

In base alla definizione, la *deviazione di frequenza*, ΔF , è lo scostamento massimo di frequenza del segnale modulato dal segnale di portante. Essendo $\cos(w_m \cdot t)$

compreso tra -1 e 1 , la massima variazione di frequenza del segnale modulato è:

$$\Delta F = \frac{k_f \cdot A_m}{2\pi}$$

(La quantità: $k_f \cdot A_m$ è la deviazione della pulsazione: $\Delta\omega$)

Per ottenere l'espressione del segnale modulato in frequenza, dobbiamo determinare come la fase istantanea cambia nel tempo, essendo:

$$\alpha(t) = \int \omega(t) dt$$

Eseguendo l'integrale, si ottiene:

$$\alpha_{FM}(t) = \int [\omega_p + k_f \cdot A_m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)] dt = \omega_p \cdot t + k_f \cdot A_m \cdot \int [\cos(\omega_m \cdot t)] dt$$

Facendo il cambio di variabile: $z = \omega_m \cdot t$; $dz = \omega_m \cdot dt$; $dt = \frac{dz}{\omega_m}$; si ricava (l'integrale del coseno è il seno):

$$\alpha_{FM}(t) = \omega_p \cdot t + \frac{k_f \cdot A_m}{\omega_m} \cdot \text{sen}(\omega_m \cdot t)$$

L'espressione matematica del segnale modulato in frequenza è allora:

$$V_{FM}(t) = A_p \cdot \cos\left[\omega_p \cdot t + \frac{k_f \cdot A_m}{\omega_m} \cdot \text{sen}(\omega_m \cdot t)\right]$$

Abbiamo, quindi, verificato che la modulazione di frequenza induce anche una modulazione di fase.

Essendo $\text{sen}(\omega_m \cdot t)$ compreso tra -1 e 1 , la massima deviazione indotta della fase del segnale modulato è:

$$\Delta\alpha = \frac{k_f \cdot A_m}{\omega_m}$$

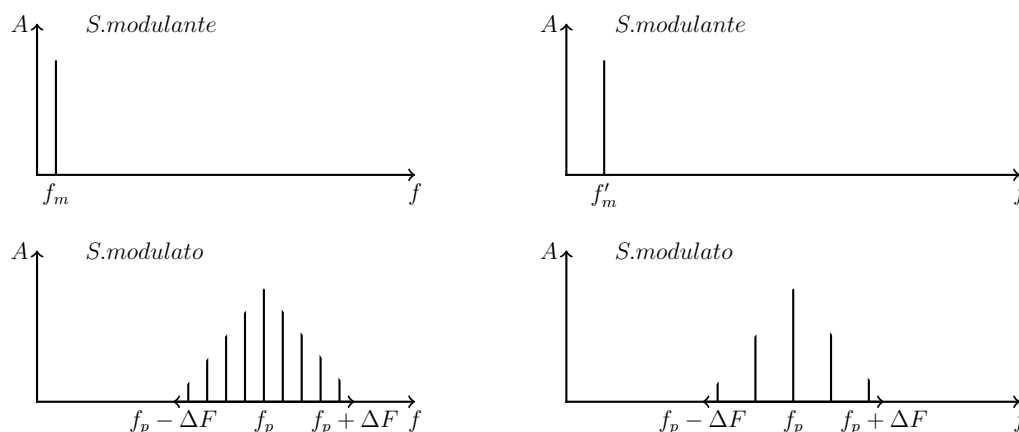
Ricordando che: $k_f \cdot A_m = \Delta\omega$ si ha:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}$$

Dividendo la velocità angolare per 2π , si riottiene la relazione tra la deviazione di fase indotta e la deviazione di frequenza:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta F}{f_m}$$

Nella modulazione di frequenza la deviazione di frequenza è un parametro del modulatore, quindi fisso, mentre la deviazione di fase indotta non è affatto fissa,

Figura 7: Spettro del segnale FM

essendo legata anche alla frequenza della specifica componente di V_m . A parità di deviazione di frequenza, infatti, la deviazione di fase indotta è *inversamente proporzionale* ad f_m . Con riferimento alla figura 7 ed in base alla espressione di Carson, sappiamo che ciascuna riga è riprodotta nello spettro più volte, essendo significative, in ciascuna delle due laterali, le righe che cadono nella zona di larghezza pari a ΔF (con al più una riga al di fuori di tale zona).

Notiamo che ora ci sono più righe spettrali nel primo grafico, dove f_m è bassa, mentre ce ne sono di meno nel secondo, dove f'_m è più alta.

Il numero delle righe che cadono nella porzione ΔF della banda è ancora dato da: $\frac{\Delta F}{f_m}$, quindi $\Delta\alpha$.

Ma ora la quantità fissa è ΔF , mentre $\Delta\alpha$ diminuisce al crescere della frequenza. Si deduce che nella modulazione di frequenza, la larghezza di banda messa a disposizione delle singole componenti è la stessa, mentre le componenti di bassa frequenza del segnale modulante, le più significative dal punto di vista informativo, sono riprodotte un numero di volte maggiore delle componenti di alta frequenza, cioè con maggiore ridondanza informativa. La banda risulta quindi utilizzata in modo ottimale ed è questo il motivo per il quale questo tipo di modulazione è molto usato a livello applicativo.

2 Le codifiche numeriche

Nelle trasmissioni numeriche il ruolo, che nel trasmettitore analogico era svolto dal modulatore, è ora svolto dal codificatore, come si vede in figura 8. Il segnale dei dati è il segnale che proviene da un sistema digitale, detto *Terminale* utente.

Questo segnale, per poter attraversare il canale numerico, viene codificato, una

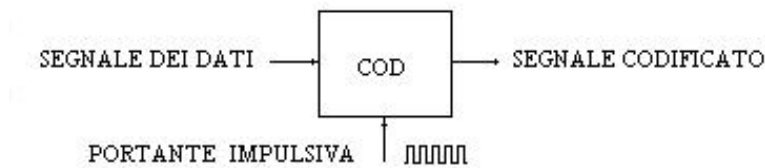


Figura 8: Schematizzazione della trasmissione numerica

operazione che ha un effetto analogo alla modulazione, andando a modificare radicalmente il contenuto spettrale del segnale, in particolare traslando le componenti con frequenze più basse verso valori di frequenza più alti.

Il codificatore, che è un dispositivo digitale, utilizza, per elaborare il segnale dell'utente, un proprio segnale di clock, con andamento impulsivo (ad onda quadra), il quale svolge una funzione analoga a quella svolta dalla portante analogica.

I tipi di codifica escogitati sono in continua evoluzione, potendo essere di tipo bit per bit o multibit, a seconda che con ciascun impulso della portante si codifichi un singolo bit o più bit.

Un esempio di codifica, diffuso nelle reti locali Ethernet, è il codice Manchester.

2.1 Il segnale dei dati

Come qualunque sistema digitale, anche il Terminale utente, ha un proprio segnale di clock con il quale sincronizza tutte le operazioni interne ed esterne, quindi anche il trasferimento dei dati.

Ad ogni ciclo di clock il terminale trasmette uno o più bit di una sequenza e a

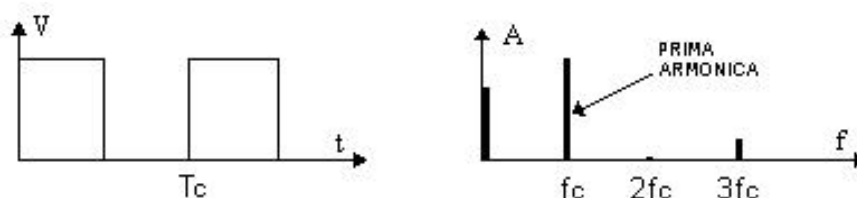


Figura 9: Visione grafica e spettrale di un segnale di clock

tale scopo, per ciascun bit e per un tempo prefissato, Δt , trasferisce in uscita, a seconda del valore del *bit*, un livello alto V_H o un livello basso V_L .

Chiamiamo questo tempo, Δt , *durata del bit*. Ovviamente minore è Δt maggiori sono le informazioni che potremmo inviare nell'unità di tempo.

Esso è legato al periodo del clock. Se si trasmette un singolo bit ad ogni ciclo di

clock allora sarà: $T_C = \Delta t$. In generale, se si trasmettono n bit ad ogni ciclo di clock, allora è: $T_C = n \cdot \Delta t$.

Una sequenza di bit, ad esempio 10110100 sarà trasmessa sotto forma del segnale di figura 10. Questo è il segnale dei dati nella sua forma canonica, ed è denominato

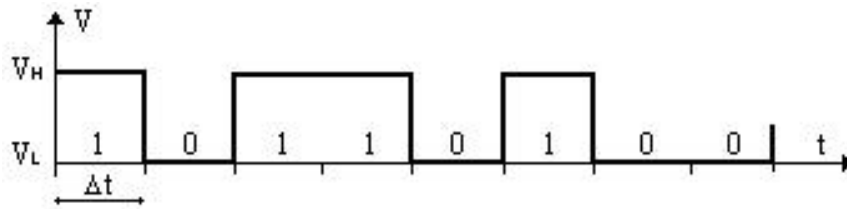


Figura 10: Visione grafica di un segnale numerico NRZ

segnale NRZ, perché nel periodo in cui il bit è a 1 la linea è messa sotto tensione per tutto il tempo di bit.

2.2 La velocità di trasmissione

Definizione 6. Si definisce velocità di trasmissione, V_{TX} il numero di bit trasmessi nell'unità di tempo.

Essa viene misurata in *bit/sec*, una unità di misura chiamata convenzionalmente *bps*, un acronimo per 'bit per secondo':

$$[bps] = bit/sec$$

Detto Δt il tempo di bit, allora la velocità di trasmissione è data da $1/\Delta t$. In generale, essendo $T_C = n \cdot \Delta t$, si trova la seguente relazione importante tra la frequenza del clock e la velocità di trasmissione:

$$V_{TX} = n \cdot f_C$$

Ovvero: n° di cicli (o transizioni) del segnale per secondo $\cdot n^\circ$ di bit associati ad ogni ciclo.

Il n° di cicli del segnale nell'unità di tempo viene chiamato **baud rate** o anche *velocità in baud*, da cui si ottiene:

$$V_{TX} = BAUDRATE \cdot n \quad [bps]$$

Il baud rate non fornisce il numero di bit trasmessi, ma il numero di sequenze di bit trasmesse, per cui esso non rappresenta affatto la quantità di informazione trasmessa, per ottenere la quale si deve moltiplicare il baud rate per il numero di bit della sequenza.

La velocità in *bps* e il *baud rate* coincidono solo nel caso di trasmissione a due livelli.

2.3 Lo spettro del segnale numerico

Il segnale dei dati può essere costituito da una sequenza qualsiasi di bit ed il suo spettro varia di conseguenza. Nel caso più generale, se si considerano lunghe sequenze, costituite da centinaia e centinaia di bit, all'interno della sequenza possiamo immaginare l'alternarsi, in modo del tutto casuale, di sequenze con un numero qualsiasi di bit uno. Tutte queste sequenze contribuiscono statisticamente allo spettro, dando loro componenti.

Si dimostra che lo spettro del segnale è, statisticamente, quello di figura 11:

Si noti come lo spettro ricalchi nella sua forma lo spettro dell'impulso rettangola-

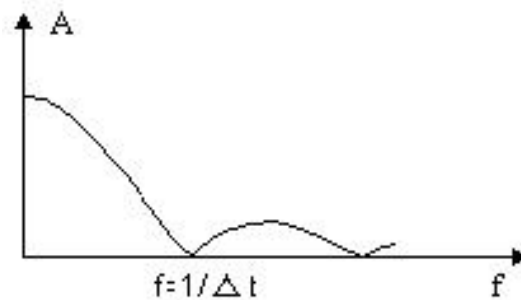


Figura 11: Visione spettrale del segnale numerico

re. Da esso si desume che la parte principale del contenuto armonico del segnale è compresa tra 0 e $f = 1/\Delta t$. Ai fini della trasmissione numerica dei dati esso pone almeno tre problemi importanti:

- **Componente continua**

Il segnale ha una componente continua, corrispondente al valor medio del segnale, che è tanto più grande quanto più in esso ci sono lunghe sequenze di bit a 1. Con livelli: $V_H > 0$ e $V_L = 0$, basta che sia trasmesso anche un singolo bit a uno perché si presenti un valore medio diverso da zero. Questa componente continua, se presente, andrebbe a sovrapporsi alle alimentazioni dei circuiti elettronici atti alla elaborazione del segnale. Si ricorda ad esempio, che la rete telefonica prevede già nelle proprie linee la presenza della alimentazione degli apparecchi telefonici. Normalmente le linee hanno un filtro che impedisce alla componente continua di entrare.

- **Sincronizzazione**

Non vi è alcuna componente alla frequenza della portante, per cui il ricevitore avrà dei problemi per estrarre e ricostruire la portante a partire dal segnale stesso. Questo problema si presenta in particolare in concomitanza

di lunghe sequenze di bit allo stesso valore, dove il segnale non presenta alcuna transizione alto basso e viceversa, impedendo di fatto al ricevitore di tenersi sincronizzato con il trasmettitore.

- Forte attenuazione

Le componenti armoniche sono concentrate nella parte bassa dello spettro. La maggior parte della potenza di trasmissione sarà dunque impegnata per trasmettere le componenti del segnale di bassa frequenza, che subiscono una forte attenuazione nel canale.

Sono essenzialmente questi i motivi che hanno indotto i progettisti a manipolare ulteriormente il segnale per cercare di renderlo più adatto alla trasmissione, portandoli a sviluppare numerosi codici di canale, i quali sono tuttora in evoluzione. La codifica di canale ha l'effetto di modificare, anche radicalmente, la forma dello spettro.

2.4 Il codice Manchester

Il codice Manchester è una delle forme di codifica utilizzate nelle trasmissioni digitali, essendo usata in molte delle reti LAN. Essa è utile per capire come funziona la codifica di canale.

Ci sono almeno due versioni ¹. Nella versione di base essa codifica i bit con due livelli simmetrici V nel modo indicato in figura 12.

- per il bit 1, il segnale assume nella prima metà del tempo di bit il livello $+V$, mentre passa a $-V$ nella seconda metà dello stesso.
- per il bit 0, al contrario, il segnale assume nella prima metà del tempo di bit il livello $-V$, mentre passa a $+V$ nella seconda metà dello stesso.

In pratica è come se il bit 1 fosse rappresentato dal dibit:10 ed il bit 0 dal dibit:01. Con questa modalità si ha la certezza che in ogni tempo di bit il segnale compie una transizione o alto basso o basso alto, caratteristica che aiuta il ricevitore a sincronizzarsi.

Nella pratica si introduce una portante con frequenza doppia del clock e la codifica Manchester è ricondotta ad una codifica di fase.

La scelta di avere due livelli entrambi non nulli consente intanto di eliminare totalmente la componente continua del segnale, ma comporta la dissipazione di potenza nella trasmissione di ciascuno dei bit del segnale.

¹Nella seconda versione, detta codifica Manchester differenziale, il bit 1 è associato al cambiamento della fase del segnale, mentre il bit 0 è associato al mantenimento della fase precedente.

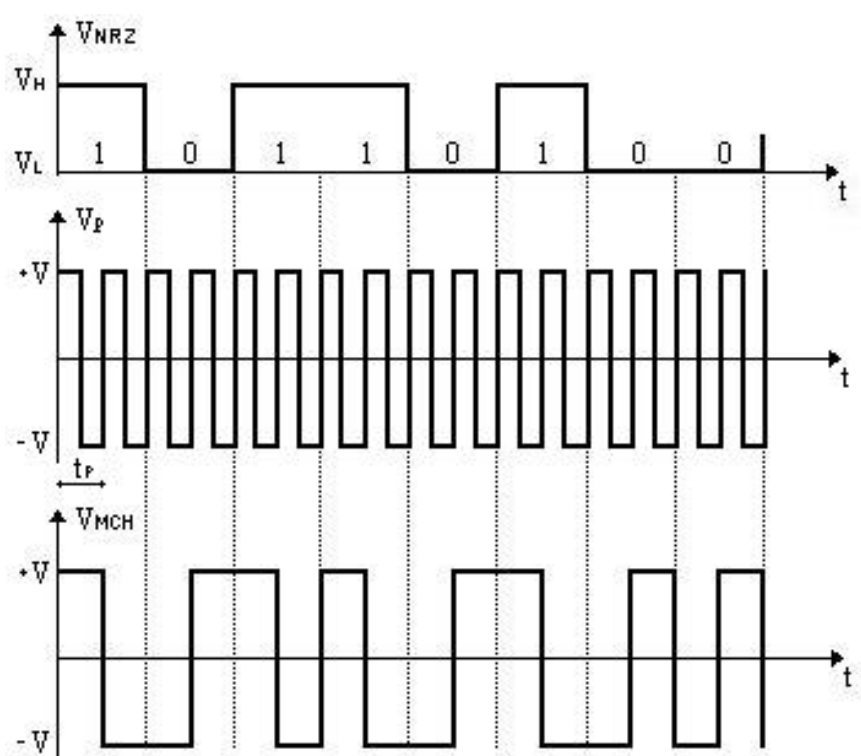


Figura 12: Segnale numerico con codifica Manchester

Ciò è compensato dal fatto che la parte preponderante della potenza è relativa a componenti armoniche poste in corrispondenza del valore di clock.

Il codice Manchester, infatti, elimina le lunghe sequenze di bit a 1 e di bit a zero, trasferendo le componenti che nel segnale dati sono a bassa frequenza, verso la zona elevata della banda, in corrispondenza del valore del clock.

Una sequenza di bit, ad esempio, a 1, diventa infatti un'onda quadra con frequenza pari a quella del clock, come mostrato in figura 13.

Siamo ora in grado di desumere anche per il codice Manchester lo spettro del

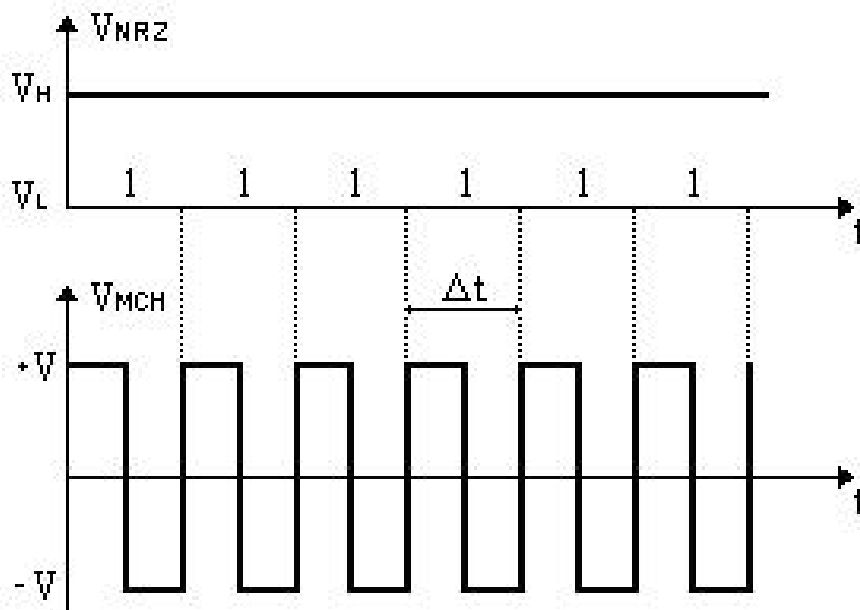


Figura 13: lunghe sequenze di 1 in codice Manchester

segnale, il quale avrà l'andamento di figura 14

Il codice Manchester consente, quindi, di risolvere tutti i principali problemi della trasmissione dei dati in formato digitale. Infatti elimina la componente continua, trasferisce le componenti di bassa frequenza attorno alla portante e consente al ricevitore di estrarre e ricostruire agevolmente la portante dal segnale ricevuto. Inoltre consente di identificare con certezza il momento in cui inizia e termina la trasmissione perché ciò è indicato da una transizione alto basso o basso alto in linea. Ma tutto ciò al prezzo di una banda complessiva doppia rispetto alla banda del segnale originario.

Pertanto, per avere, ad esempio, una velocità di trasmissione di 10Mbps , è necessario che il segnale cambi 20 milioni di volte al secondo, cioè che la portante sia di 20 MHz.

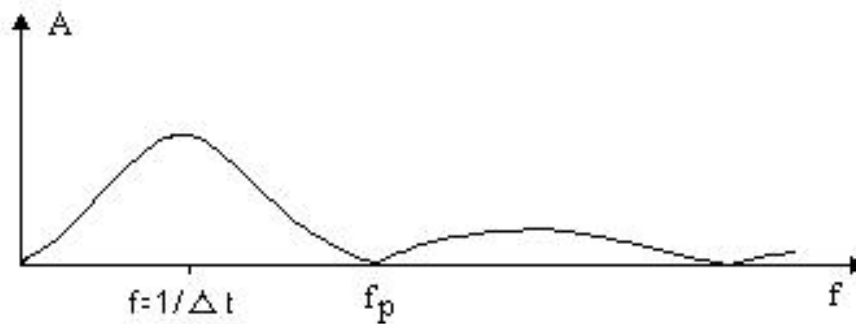


Figura 14: visione spettrale del segnale con codifica Manchester

2.5 La codifica della fast Ethernet

Nella fast Ethernet, che utilizza cavi di categoria 5, la frequenza della portante sale dai 20MHz della Ethernet classica a 125MHz . Se si operasse con la codifica Manchester la velocità di trasmissione sarebbe poco più della metà del valore richiesto. Si utilizza invece una codifica più complicata detta $4B/5B$, ovvero di 4 bit su 5 bit: 5 impulsi della portante sono utilizzati per codificare solo 4 bit dei dati. Pertanto delle 32 combinazioni possibili nel tempo di 5 impulsi della portante, ne sono utilizzate solo 16, scelte attentamente, per consentire la presenza di un numero congruo di transizioni del segnale, sufficienti al mantenimento della sincronizzazione.

2.6 Il teorema di Shannon sulla capacità di informazione

L'espressione di V_{TX} ci dice che abbiamo due strade per incrementare la velocità di trasmissione: aumentare la frequenza del clock, oppure aumentare il numero dei bit trasmessi ad ogni ciclo.

La tendenza ad incrementare la frequenza del clock è tipica di tutti i sistemi digitali e trova la sua limitazione nelle caratteristiche dei dispositivi utilizzati. Nel nostro caso la frequenza è limitata dalla banda passante del canale di comunicazione utilizzato.

Per aumentare il numero di bit si deve ricorrere a codifiche multibit. Una codifica multibit, di tipo ampiezza, deve prevedere la possibilità di assegnare alla portante più di due distinti livelli di tensione; analogamente una codifica multibit di tipo fase deve prevedere la possibilità di assegnare alla portante più di due distinti valori di fase. Supponiamo, per fissare le idee, di operare una codifica multibit di tipo ampiezza. Partiamo da una trasmissione con due livelli e incrementiamo via via, secondo potenze di due, il numero degli stessi, come in figura 15. Osserviamo che, man mano che incrementiamo il numero dei livelli, a parità di clock, la velocità di

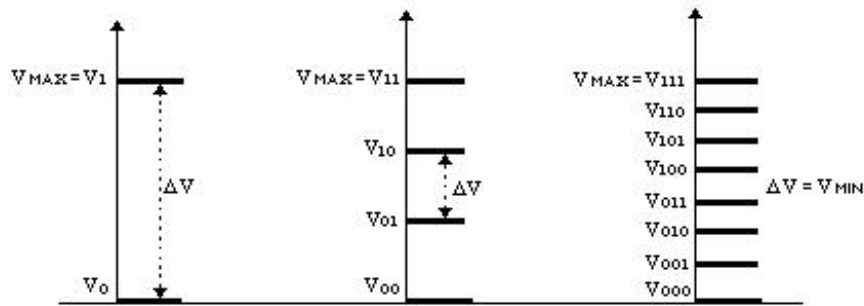


Figura 15: codifica multibit multilivello

trasmissione aumenta.

Questo processo, però, non può essere spinto oltre un certo limite.

Si ha, infatti, che il valore di V_{MAX} è limitato dal particolare trasmettitore utilizzato, non potendo superare il valore di alimentazione. Man mano che il numero di livelli aumenta, la distanza ΔV tra due livelli consecutivi diminuisce. Quando ΔV diventa confrontabile con l'ampiezza, V_{MIN} , del rumore presente nel canale, allora un dato livello può essere alterato dal rumore lungo il canale e non più riconosciuto correttamente dal ricevitore.

Chiediamoci: possiamo, con differenti tipi di codifica dell'informazione, aumentare ulteriormente la velocità di trasmissione?

A questa domanda risponde un teorema fondamentale sulla massima velocità di trasmissione, dovuto a *Shannon*:

Teorema 1 (di Shannon). *Qualunque sia il tipo di codifica utilizzato per la trasmissione delle informazioni, se indichiamo con B la banda del canale, con S la potenza del segnale, con N la potenza del rumore, ovvero con S/N il rapporto Signal to Noise, allora la massima velocità di trasmissione, chiamata anche capacità di informazione del canale, che consente al ricevitore la decodifica corretta del segnale, non è mai superiore a:*

$$V_{MAX} = B \cdot \lg_2(1 + S/N) \quad (bps)$$

2.7 Esempio

si chiede di determinare, in base al teorema di Shannon, la massima velocità di trasmissione attraverso un doppino intrecciato avente banda passante di $1MHz$ e rapporto S/N di $50dB$.

Si ottiene:

$$V_{LIM} \approx 10^6 \cdot \lg_2(1 + 10^5) \approx 10^6 \cdot 16,6 = 16,6 \text{ Mbps}$$

Osserviamo la velocità limite è comunque ottenuta moltiplicando due valori, il primo relativo al valore della frequenza ed il secondo al numero dei bit. Considerato che la frequenza della portante deve comunque essere inferiore a 1 MHz , si comprende che questo risultato è raggiungibile operando una codifica multibit con più di 16 bit.

3 Esercizi

Questionario 1

1. Elenca e descrivi gli elementi fondamentali del sistema di comunicazione a distanza, facendo riferimento anche ai mezzi trasmissivi utilizzati e alle loro caratteristiche.
2. Con riferimento allo schema del trasmettitore, quale è la funzione del modulatore? E dell'adattatore di canale?
3. Con riferimento allo schema del ricevitore, quale è la funzione del demodulatore? Spiega come avviene la sincronizzazione.
4. Cos'è un'onda elettromagnetica? Che lunghezza d'onda possiede? Quali sono le fasce principali usate nelle telecomunicazioni? Quale è la differenza tra antenna trasmittente ed antenna ricevente?
5. Spiega la costituzione e il principio di funzionamento della fibra ottica. Quale è la differenza tra diodo laser e fotodiodo?
6. Con riferimento allo schema della trasmissione via cavo, descrivi la stessa.

Questionario 2

1. Definisci la modulazione.
2. Cos'è la portante? Illustra le differenze tra le trasmissioni analogiche e le trasmissioni numeriche.
3. Quale effetto produce la modulazione di ampiezza?
4. Quale effetto produce la modulazione di frequenza?
5. Quale effetto produce la modulazione di fase?
6. Spiega la differenza tra deviazione di frequenza e deviazione di fase.

Questionario 3

1. Definisci la velocità di trasmissione in *bps* ed in *Baud*, mostrando il legame tra le stesse. Quale è il vantaggio di una trasmissione multibit?
2. Enuncia il teorema di Fourier e giustifica con esso lo spettro del segnale di klok.
3. Data una sequenza di bit, mostra come si traduce nel segnale *NRZ* e definisci il tempo di bit.
4. Illustra lo spettro del segnale *NRZ* e giustificalo. Quali sono i problemi che si pongono ai fini trasmissivi?
5. Descrivi la codifica Manchester e lo spettro relativo.
6. Quali sono i parametri di un mezzo trasmissivo che influiscono sulla velocità di trasmissione? Esiste una giustificazione teorica?

Questionario 4

1. Definisci la multiplazione
2. Riporta e descrivi la tecnica *FDM*
3. Riporta e descrivi la tecnica *TDM*
4. Che cos'è il Time slot?
5. Quali sono le caratteristiche della linea telefonica? E della linea telematica?
6. Che cos'è il 'primo miglio'?

Esercizi

1. Si deve trasmettere via etere un segnale vocale con banda lorda di 4 kHz nella gamma compresa tra 1 GHz e $1,2\text{ GHz}$. Si chiede, con relativa giustificazione, il piano della modulazione, comprensivo di: il tipo di modulazione che si intende utilizzare, la suddivisione della banda, la scelta delle portanti, la rappresentazione spettrale della modulazione.
2. Si deve trasmettere su cavo elettrico un segnale vocale con banda netta da 300 a 3400 Hz , traslato nella sottobanda con portante di 800 kHz . Si chiede, con giustificazione, il piano della modulazione con: il tipo di modulazione che si ritiene di utilizzare, la rappresentazione grafica e spettrale della stessa ed il calcolo della banda traslata.

3. Si deve trasmettere con fibra ottica un segnale dati codificato con due livelli: $V_L = 0$ e $V_H = 5\text{ V}$, a 12000 bps , dopo che è stato inserito su un flusso a 10 Mbps . Si chiede: Lo schema a blocchi della trasmissione con descrizione. La rappresentazione del flusso e dello spettro relativo, con il calcolo del tempo di bit e del Time Slot. Il numero dei canali multiplexati.
4. Un segnale audio con frequenza massima di 15 kHz è modulato in frequenza con deviazione di frequenza massima di 75 kHz . Si chiede, con giustificazione, il piano della modulazione con: la rappresentazione grafica e spettrale della stessa ed il calcolo della banda del segnale modulato.
5. Un sistema di telecomunicazioni mette in comunicazione due stazioni di segnale vocale, con un ponte radio sulla frequenza di 800 MHz in trasmissione e di 1600 MHz in ricezione. Proponi una soluzione comprensiva: dello schema della trasmissione (Tx, Rx) e della descrizione della funzione dei blocchi principali (almeno due); del piano della trasmissione; del calcolo della banda occupata in trasmissione ed in ricezione in funzione del tipo di modulazione prescelto.
6. Un segnale periodico ha banda limitata superiormente al valore di 10 KHz e componente fondamentale di $2,4\text{ kHz}$. Esso viene filtrato, traslato in frequenza di 200 kHz e trasmesso via etere, in modo tale da occupare, dopo la modulazione, una banda complessiva di $9,6\text{ kHz}$. Si chiede: Lo schema del trasmettitore con descrizione e l'indicazione della modulazione utilizzata. Il piano della modulazione con la visione grafica e spettrale. La dimostrazione della tipologia del filtro e il calcolo della frequenza di taglio dello stesso. Le caratteristiche del segnale prima e dopo il filtro, con giustificazione.
7. Nel contesto delle trasmissioni analogiche, si supponga una comunicazione via etere nella gamma $4,9\text{ MHz} \div 5,1\text{ MHz}$, in modulazione di frequenza con deviazione di frequenza di 16 kHz . Si chiede inoltre di organizzare una trasmissione a più utenti, sapendo che la banda di ciascun utente occupa la gamma $0 \div 4\text{ kHz}$. Si chiede: Lo schema a blocchi del trasmettitore con descrizione. Il piano della modulazione, con la visione grafica e spettrale. La determinazione della banda occupata da ciascun canale, del numero dei canali serviti e l'assegnazione della portante a ciascun canale.
8. In una trasmissione telefonica via cavo sono allocati in *FDM*, nella fascia $120 \div 144\text{ kHz}$, i segnali di tre sorgenti: A, B, C . La gamma originaria delle sorgenti: $20\text{ Hz} \div 20\text{ kHz}$, deve essere preventivamente limitata alla sola gamma delle frequenze vocali. Si chiede: Lo schema del sistema *FDM* utilizzato, con descrizione. Il piano della modulazione dei segnali trasmessi,

con la visione grafica e spettrale. Il calcolo delle bande e delle portanti assegnate a ciascun segnale. La dimostrazione della tipologia del filtro e della frequenza di taglio dello stesso. Le caratteristiche del segnale prima e dopo il filtro, con giustificazione.

9. Un flusso di dati (11011001...) con tempo di bit di $2\mu s$ è codificato, con codifica Manchester, e trasmesso via cavo, dopo aver attraversato un filtro che lo priva delle code. Si chiede: Lo schema del sistema di trasmissione con descrizione. Il piano della codifica con visione grafica e spettrale e l'eventuale assegnazione della portante. La dimostrazione della tipologia del filtro e della frequenza di taglio dello stesso. Le caratteristiche del segnale prima e dopo il filtro, con giustificazione. Il calcolo della velocità di trasmissione e della banda occupata.