

## Riflessione e rifrazione di raggi luminosi - Legge di Snell

Un'onda è definita come una perturbazione, impulsiva o periodica, che si propaga nello spazio con una velocità ben definita. Le onde hanno origine da una sorgente, in cui si produce la perturbazione: questa può consistere per esempio nella vibrazione di un corpo materiale che mette in movimento le molecole dell'aria (producendo un'onda sonora) o il movimento di cariche elettriche (per esempio in un'antenna), che produce un campo elettromagnetico che si propaga nello spazio.

La luce è un'onda luminosa, è cioè costituita da un campo elettrico ed un campo magnetico accoppiati oscillanti, che si propagano nello spazio. Nel caso semplice di un'onda piana che si propaga nel vuoto lungo la direzione  $x$  (cfr Fig.1), le equazioni che descrivono la dipendenza del campo elettrico e del campo magnetico dal tempo e dalla coordinata spaziale  $x$  sono:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \sin[(2\pi/\lambda)(x - ct)]; \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \sin[(2\pi/\lambda)(x - ct)],$$

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda, cioè la distanza fra due massimi dell'onda, e  $c$  è la velocità della luce (nel vuoto) che vale  $c = 2.998 \times 10^8$  m/s. La frequenza di oscillazione del campo elettromagnetico è legata alla sua lunghezza d'onda dalla relazione  $\nu = (c/\lambda)$ .

Come si vede in Fig.2 le lunghezze d'onda dello spettro elettromagnetico variano da diverse centinaia di metri (onde radio) ai decimi di nanometro (raggi X) e oltre (raggi gamma). La luce visibile fa parte dello spettro elettromagnetico ed è caratterizzata da lunghezze d'onda che vanno dai 400 ai 700 nanometri.

La propagazione delle onde luminose è descritta in generale dalle equazioni di Maxwell. La soluzione di queste equazioni dipende dalle *condizioni al contorno* che descrivono una data situazione fisica (in particolare la presenza di materia) e determina  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$  in ogni punto dello spazio. In generale, risolvere

le equazioni di Maxwell può essere piuttosto complesso. Quando la lunghezza d'onda della luce è molto minore delle dimensioni medie degli oggetti su cui l'onda luminosa incide, è però possibile considerare delle soluzioni approssimate delle equazioni di Maxwell, che si traducono in leggi relativamente semplici che regolano la propagazione della luce. Questa è la condizione alla base dell'ottica geometrica, che è applicabile allo studio della propagazione della luce visibile ( $\lambda = 400\text{--}700$  nm), se gli oggetti su cui essa incide sono macroscopici.

In questa approssimazione un'onda luminosa

piana può essere rappresentata da un raggio luminoso, ovvero da una linea orientata che individua la direzione di propagazione dell'onda. Il cammino percorso da un fascio laser esemplifica chiaramente il cammino di un generico raggio luminoso: il fascio può essere osservato grazie alla luce diffusa dalle piccole particelle presenti nell'aria che si trovano sul suo percorso.

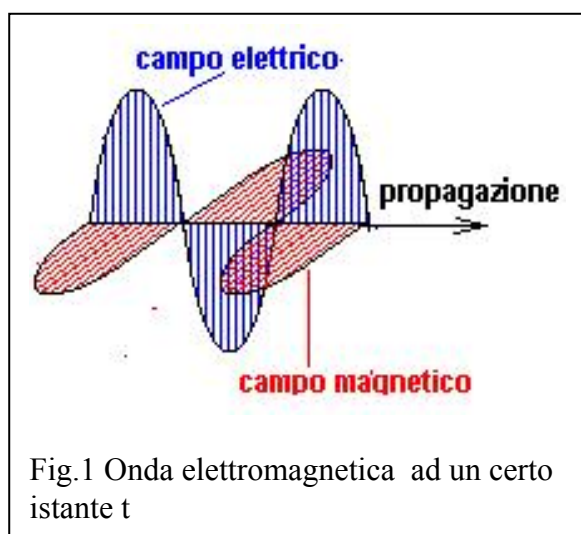


Fig.1 Onda elettromagnetica ad un certo istante  $t$

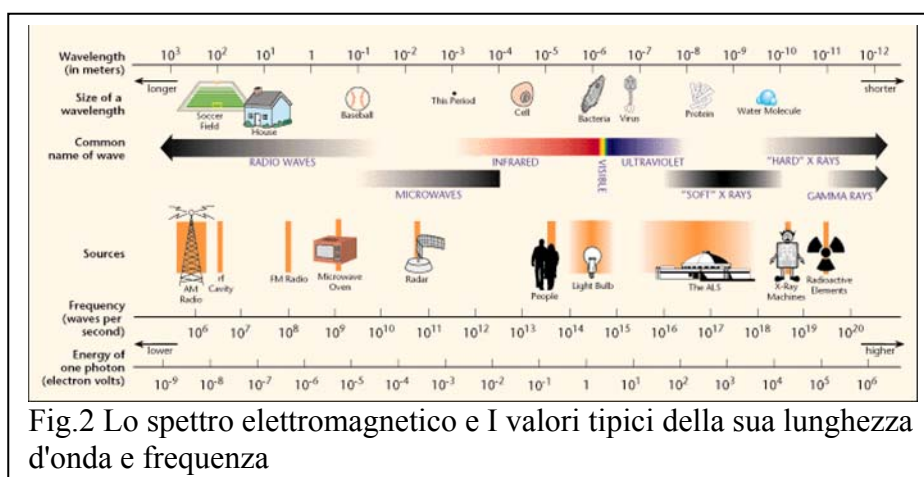


Fig.2 Lo spettro elettromagnetico e i valori tipici della sua lunghezza d'onda e frequenza

Le leggi che determinano il comportamento dei raggi luminosi in queste condizioni sono le seguenti:

**1. Legge della propagazione rettilinea:** Nei mezzi (materiali) omogenei i raggi luminosi si propagano in linea retta.

Quando un raggio luminoso incide sulla superficie liscia di separazione fra due mezzi trasparenti diversi si osserva che il fascio viene in parte riflesso e in parte rifratto, cioè passa attraverso la superficie di separazione fra i due mezzi e prosegue nel secondo mezzo. Se almeno uno dei due mezzi non è trasparente, parte del fascio viene anche assorbito dal mezzo stesso (questo succede per esempio se facciamo incidere un fascio luminoso su un foglio di carta nera); se invece la superficie di separazione è scabra e le irregolarità hanno dimensioni confrontabili con  $\lambda$ , si ottiene un fascio diffuso, cioè la luce viene riflessa in molte direzioni.

Se consideriamo una superficie piana di separazione fra i due mezzi 1 e 2, possiamo individuare l'angolo di incidenza come quello formato dal fascio e dalla normale alla superficie (vedi Fig.3). Analogamente possiamo chiamare l'angolo di riflessione, cioè quello formato fra il fascio riflesso e la normale, e quello di rifrazione. È possibile verificare sperimentalmente che:

**2. Legge della riflessione:** l'angolo di riflessione è uguale a quello di incidenza :  $\theta_{1r} = \theta_1$

**3. Legge della rifrazione (legge di Snell):**

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2,$$

dove con  $n_i$  si indica l'indice di rifrazione relativo di un mezzo rispetto al vuoto. Esso è una quantità caratteristica del mezzo stesso e in generale dipende dalla lunghezza d'onda della luce incidente.

L'indice di rifrazione di un mezzo è legato alla velocità di propagazione della luce nel mezzo stesso  $v_i$ , dalla relazione  $n_i = c/v_i$ . L'indice di rifrazione del vuoto è dunque uguale a uno, mentre in generale per tutti gli

altri mezzi  $n > 1$ . Mezzi più densi hanno solitamente indici di rifrazione maggiori.

Il rapporto  $n_2/n_1$  si chiama indice di rifrazione relativo del mezzo 2 rispetto al mezzo 1. L'indice di rifrazione dell'aria è approssimabile a quello del vuoto ed è dunque pure uguale a 1.

Qualitativamente, la legge di Snell si può esprimere dicendo che nel passare da un mezzo meno denso (con indice di rifrazione minore) ad uno più denso (con  $n$  maggiore), il fascio di luce si avvicina alla normale, ovvero l'angolo di rifrazione è minore di quello di incidenza. Inoltre è importante notare che un fascio che incide perpendicolarmente ad una superficie (con  $\theta_1 = 0$ ) non viene deviato dalla sua traiettoria rettilinea (anche  $\theta_2 = 0$ ).

### Rifrazione da una lastra

Consideriamo una lastra a facce piane parallele, come in Fig.4 e un fascio di luce incidente su di essa. In questo caso abbiamo due superfici di separazione: la prima fra il mezzo 1 e il mezzo 2 (di cui è fatta la lastra) e la seconda fra il mezzo 2 e il mezzo 1. Chiediamoci qual è il valore dell'angolo  $\theta$  con cui il fascio di luce esce dalla lastra:

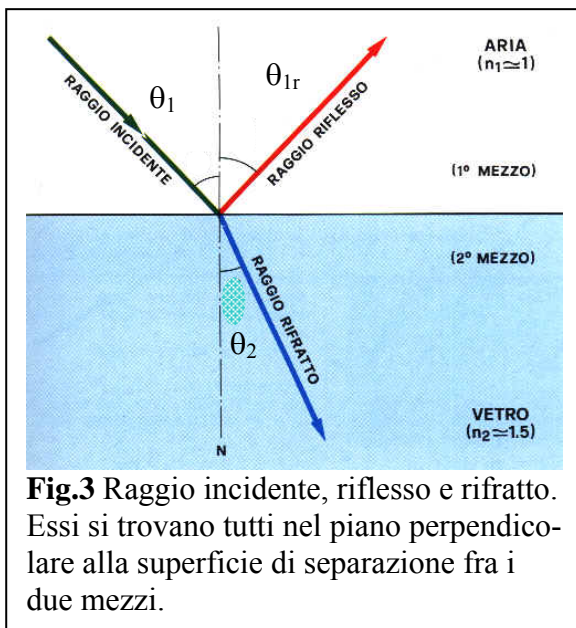
Applicando la legge di Snell alla prima superficie di separazione abbiamo che:

$$\sin \theta_2 = n_1/n_2 \sin \theta_1.$$

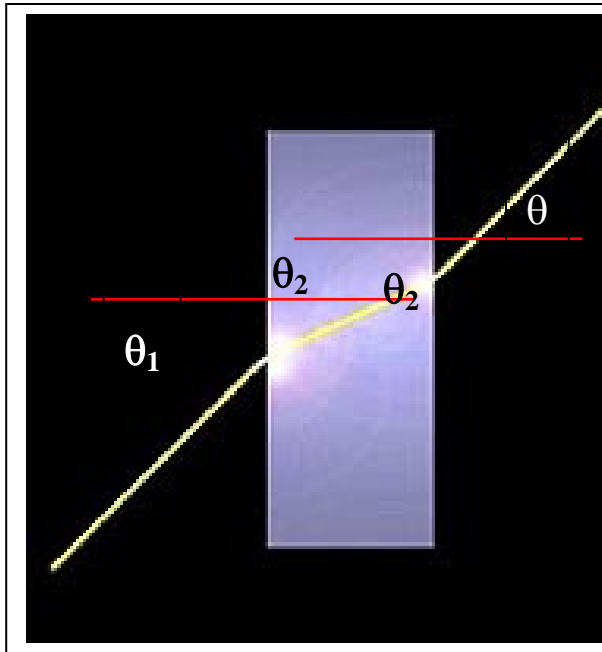
Per la seconda superficie di separazione avremo che:

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta,$$

da cui



**Fig.3** Raggio incidente, riflesso e rifratto. Essi si trovano tutti nel piano perpendicolare alla superficie di separazione fra i due mezzi.



$$\sin\theta = (n_2/n_1)\sin\theta_2 = (n_2/n_1)(n_1/n_2)\sin\theta_1 = \sin\theta_1,$$

da cui si ottiene infine:  $\theta = \theta_1$ . Quindi un fascio che passa attraverso una lastra a facce parallele non cambia la sua direzione di propagazione. Esso viene però spostato lateralmente.

La proprietà delle lastre a facce parallele ci permette di misurare l'indice di rifrazione dei liquidi: se infatti un liquido si trova in un contenitore trasparente le cui pareti siano facce parallele, la presenza del contenitore non influisce sulla direzione di propagazione della luce attraverso di essa. La deviazione del fascio di luce è quindi direttamente imputabile solo alla presenza del liquido all'interno del contenitore.

### Angolo limite

Dalla legge di Snell ricaviamo che  $\sin\theta_2 = (n_1/n_2)\sin\theta_1$ , da cui risulta

$$\theta_2 = \arcsin[(n_1/n_2)\sin(\theta_1)].$$

Affinché questa equazione abbia una soluzione occorre che l'argomento della funzione arcseno sia minore o al più uguale a uno. Se  $n_1 < n_2$  (cioè se il fascio passa da un mezzo meno denso ad uno più denso) questa condizione è sempre verificata, qualsiasi sia il valore dell'angolo di incidenza  $\sin\theta_1$ . Se invece  $n_1 > n_2$ , cioè se il raggio passa da un mezzo più denso ad uno meno denso, affinché  $n_1/n_2 \sin\theta_1 \leq 1$  occorre che:

$$\theta_1 \leq \arcsin(n_2/n_1).$$

Questo significa che se l'angolo di incidenza è maggiore del valore limite  $\theta_L = \arcsin(n_2/n_1)$ , non si hanno soluzioni dell'equazione di Snell, cioè non esiste il fascio rifratto, ma solo quello riflesso. Si parla in questo caso di riflessione totale e l'angolo  $\theta_L$  è detto angolo limite (o angolo critico). Il fenomeno della riflessione totale è alla base del funzionamento delle fibre ottiche: in esse la luce viene 'obbligata' a propagarsi all'interno della fibra perché è impedita la rifrazione attraverso la parete della fibra stessa dalla riflessione totale.